

Stærðfræðikeppni framhaldsskólanema 2000-2001  
Efra stig

Nafn: \_\_\_\_\_

Kennitala: \_\_\_\_\_ Sími: \_\_\_\_\_

Heimilisfang: \_\_\_\_\_

Skóli: \_\_\_\_\_

Bekkur eða áfangi: \_\_\_\_\_

Námsár í framhaldsskóla:  1.  2.  3.  4.

I	
II	
16	
17	
18	
19	
Alls	

**Leiðbeiningar:**

- Opnið ekki spurningaheftið fyrr en ykkur er sagt að gera það.
- Færið inn allar upplýsingar sem beðið er um hér á undan áður en þið opnið heftið.
- Þetta er ekki venjulegt próf. Ekki er gert ráð fyrir að margir geti svarað öllum spurningunum. Þótt þið getið ekki svarað nema hluta þeirra, þá þarf það ekki að þýða að þið standið ykkur ekki vel. Sumar spurninganna eru mjög erfiðar.
- Keppnin er í þemur hlutum. Í fyrsta hluta eru tíu spurningar sem gilda þrjú stig hver; í öðrum hluta eru fimm spurningar sem gilda sex stig hver og í þriðja hluta eru fjórar spurningar sem gilda tíu stig hver. Hámarksfjöldi stiga er 100.
- Allar spurningar í fyrsta hlutanum eru krossspurningar. Á eftir hverri spurningu eru fjögur eða fimm hugsanleg svör. Aðeins eitt þeirra er rétt. Setjið kross í reitinn framan við rétta svarið. Ef þið getið ekki svarað spurningu, þá borgar sig yfirleitt ekki að giska á svarið, því að fyrir hvert rangt svar er dregið frá eitt stig.
- Í öðrum hluta á aðeins að tilgreina svör, en ekki sýna aðferðina sem notuð var. Svarið skal tilgreint á svarlínunni aftan við spurninguna. Fyrir rétt svar eru gefin sex stig, fyrir rangt svar, ófullkomið eða tvírætt svar er ekkert stig gefið.
- Í lausnum fjögurra síðustu dæmanna, í þriðja hluta, á að gera fullkomna grein fyrir hvernig svarið var fengið. Færið inn endanlega lausn, ekki krot sem á heima á rissblöðum. Við mat lausna er tekið tillit til nákvæmni í röksemdafærslu og skýrleika í framsetningu.
- Hjálparmyndir sem fylgja sumum dæmunum eru aðeins ætlaðar til skýringar. Ekki er víst að þær séu teiknaðar í réttum hlutföllum.
- Þið hafið nákvæmlega tvær og hálf klukkustund til að leysa verkefnið eftir að ykkur er leyft að byrja. **Notkun reiknivéla er óheimil.**

## Fyrsti hluti

Í þessum hluta eru tíu spurningar og er hver spurning þriggja stiga virði. Setjið kross framan við rétt svar. Fyrir rangt svar er dregið eitt stig frá.

1. Hvert af eftirtöldu er rétt?

- Talan  $8^8$  er 2. veldi tölunnar  $4^4$   
 Talan  $8^8$  er 3. veldi tölunnar  $4^4$   
 Talan  $8^8$  er 4. veldi tölunnar  $4^4$   
 Talan  $8^8$  er 8. veldi tölunnar  $4^4$

2. Fullhlaðinn vörubíll vegur  $x$  tonn. Ef hann er hlaðinn til hálfis þá vegur hann  $y$  tonn. Hve mörg tonn vegur bíllinn óhlaðinn?

- $\frac{x-y}{2}$         $x-y$         $x-2y$         $2y-x$

3. Talan  $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$  er jöfn:

- $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$         $1+\sqrt{3}$         $2+2\sqrt{3}$         $2+\sqrt{2\sqrt{2}}$

4. Á eyju einni búa sannsöglir menn sem ávallt segja satt og lygarar sem ávallt segja ósatt. Á eyjunni búa 2000 manns. Sérhver íbúanna stundar nákvæmlega eina af þremur íþróttum sund, hlaup eða stangarstökk. Fyrir hvern íbúa eru lagðar eftirfarandi þrjár spurningar.

- 1) Stundar þú sund?  
 2) Stundar þú hlaup?  
 3) Stundar þú stangarstökk?

1010 manns svöruðu 1. spurningu játandi, 690 manns svöruðu 2. spurningu játandi og 510 manns svöruðu 3. spurningu játandi. Hve margir lygarar eru á eyjunni?

- 180       210       500       990

5. Í handboltakeppni leikur hvert lið einu sinni við sérhvert hinna liðanna. Fyrir sigur í leik fást 2 stig, 1 stig fyrir jafntefli og 0 stig fyrir tap. Sigurliðið fékk 7 stig, liðið í 2. sæti fékk 5 stig og liðið í 3. sæti fékk 3 stig. Hve mörg stig fékk neðsta liðið?

- 0       1       2       3

6. Jafnhliða þríhyrningur og reglulegur sexhyrningur hafa sama ummál. Hvert er hlutfallið milli flatarmáls þríhyrningsins og flatarmáls sexhyrningsins?

- $1/2$         $2/3$         $\sqrt{2}/2$         $\sqrt{3}/3$

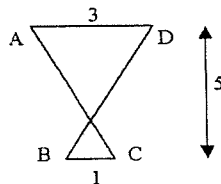
7. Trapisu er skipt í tvo hluta með miðþverli hæðar trapisunnar. Ef  $k$  er hlutfall flatarmála hlutanna tveggja hvert eftirfarandi gilda er óhugsandi fyrir  $k$ ?

- $2/3$         $2$         $8/3$         $10/3$

8. Í safni af tölum er viss fjöldi af ellefum og er afgangurinn er tólfur. Ellefurnar eru þremur fleiri en tólfurnar. Hver gæti summa talnanna í safninu verið?

- 232       234       235       240

9. Lítum á meðfylgjandi skýringarmynd. Gefið er að  $AD$  er samsíða  $BC$ . Hvert er samanlagt flatarmál þríhyrninganna tveggja á myndinni?



- 6        $25/4$         $13/2$         $27/4$

10. Sérhvert spjaldanna á myndinni hér fyrir neðan hefur tölu á annari hliðinni og bókstaf á hinn. Hversu mörgum spjaldanna þarf að snúa við til að sanna réttmæti eftirfarandi fullyrðingar:

Öll spjöld með sérhljóða á annarri hliðinni hafa oddatölu á hinn.

- A     B     E     4     5     6     8

- 2       3       4       5

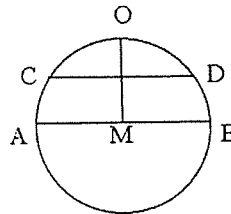
## Annar hluti

Í þessum hluta eru fimm dæmi og er hvert dæmi sex stiga virði. Tilgreinið svar ykkar á svarlínunni. Fyrir rangt svar, ófullkomið svar eða tvírætt svar fæst ekkert stig.

11. Hve margar jákvæðar heiltölur, minni en 1000 má skrifa sem margfeldi tveggja mismunandi talna, sem báðar eru sléttar?

Svar: \_\_\_\_\_

12. Á myndinni er hringur með miðpunkt  $M$  og radíus 1.  $AB$  er miðstrengur.  $O$  er punktur á hringferlinum þannig að  $OM$  er hornrétt á  $AB$ .  $CD$  er strengur sem er samsíða  $AB$  og helmingar  $OM$ . Hve langt er strikið  $CB$ ?



Svar: \_\_\_\_\_

13. Fjár sjóður er grafinn á ákveðnum stað við veg sem liggur í beinni línu gegnum bæina  $A$ ,  $B$ ,  $C$  og  $D$  í þessari röð. Eftirfarandi leiðbeiningar eiga að vísa á fjársjóðinn:  
 Byrjaðu í bænum  $A$  og farðu hálf leiðina til  $C$ .  
 Farðu síðan þriðjung leiðarinnar þaðan til  $D$ .  
 Farðu loks fjórðung leiðarinnar þaðan til  $B$  og grafið upp fjársjóðinn.  
 Ef leiðin  $AB$  er 6 kílómetrar,  $BC$  er 8 kílómetrar og fjársjóðurinn er grafinn miðja vegu milli  $A$  og  $D$ , hver er þá fjarlægðin frá  $C$  til  $D$ ?

Svar: \_\_\_\_\_

14. Látum  $N$  vera minnstu jákvæðu tölu sem er þriðja veldi heillar tölu og jafnframt fimmta veldi annarrar heillar tölu. Hve margir tölustafir eru í  $N$ ?

Svar: \_\_\_\_\_

15. Látum  $a$ ,  $b$  og  $c$  vera allar þrjár rætur margliðunnar  $x^3 - 64x - 14$ . Hvert er gildið á  $a^3 + b^3 + c^3$ ?

Svar: \_\_\_\_\_

## **Þriðji hluti**

Í þessum hluta eru fjögur dæmi. Hvert dæmi er tíu stiga virði. Hér ber að rökstyðja svörin. Við mat lausna er tekið tillit til frágangs og skýrleika í framsetningu.

16. Í öskju eru 900 spjöld, hvert með mismunandi heiltölu frá 100 til 999. Gutti dregur af handahófi spjöld úr öskjunni og Rögnvaldur vinur hans reiknar fyrir hann hvert sinn summu tölustafanna á spjaldinu, m.ö.o. þversummu tölunnar á spjaldinu. Hve mörg spjöld þarf að draga til að víst sé að a.m.k. þrjú dregin spjöld gefi sömu þversummu?

17. Við ætlum að velja mann árpúsundsins. Umsækjendur eru nákvæmlega 2000 talsins. Við röðum þeim hlið við hlið og gefum þeim númer frá 1 til 2000. Síðan göngum við á röðina frá 1 til 2000 og segjum við umsækjendur: „nei-já, nei-já, nei-já, ....” þar til komið er að enda raðarinnar. Allir sem heyra „nei” hverfa umsvifalaust úr hópnum. Síðan göngum við á röð þeirra sem eftir eru og segjum: „nei-nei-já, nei-nei-já, nei-nei-já, ....” og þeir sem fá „nei” fara úr hópnum. Í þriðju umferð segjum við: „nei-nei-nei-já, nei-nei-nei-já, ...”, í umferðinni þar á eftir segjum við: „nei-nei-nei-nei-já, ...”. Þannig höldum við áfram svo lengi sem einhver er eftir. Hvaða númer hefur sá sem síðastur fær að heyra „nei”?

18. Töframaður nokkur biður einn áhorfanda sinn að velja sér þriggja stafa tölu  $abc$ . Síðan á áhorfandinn að umræða tölustöfunum í tölunni og búa til tölurnar  $acb$ ,  $bac$ ,  $bca$ ,  $cab$  og  $cba$ , leggja þessar fimm tölur saman og gefa upp summuna. Þá þykist töframaðurinn geta vitað hver talan  $abc$  var. Áhorfandinn gefur nú upp summuna 3722. Getur þú leikið töframanninn og reiknað út töluna  $abc$ ? Ef það er hægt hvernig er það gert og hver er talan  $abc$ ?

19.  $ABC$  er jafnhliða þríhyrningur.  $D$  er punktur á  $BC$  þannig að  $BD/BC = 1/3$ ,  $E$  er punktur á  $CA$  þannig að  $CE/CA = 1/3$ ,  $F$  er punktur á  $AB$  þannig að  $AF/AB = 1/3$ . Milli línanna  $AD$ ,  $BE$  og  $CF$  afmarkast þríhyrningur. Hvert er hlutfall flatarmáls þess þríhyrnings og flatarmáls þríhyrningsins  $ABC$ ?